|  |  |
| --- | --- |
|  | **ĐỀ KHẢO SÁT ĐỘI TUYỂN HSG**  **TRƯỜNG THCS CẦU GIẤY**  **NĂM HỌC 2017 – 2018**  **Thời gian: 90 phút** |

1. **(5 điểm)** Cho 

a) Tính giá trị của .

b) Tìm  biết: .

1. **(5 điểm)**

a) Tìm số nguyên  biết  chia hết cho .

b) Cho  là hai số nguyên tố sao cho  và . Chứng minh rằng  chia hết cho .

1. **(3 điểm)** Một con ốc sên bò lên một thân cây thẳng đứng. Giờ thứ nhất nó bò được  độ dài thân cây, giờ thứ hai nó bò được bằng đoạn đã bò, giờ thứ ba nó bò được bằng  đoạn đã bò, giờ thứ tư nó bò được bằng đoạn đã bò, … và giờ thứ chín nó bò được bằng  đoạn đã bò. Hỏi sau  giờ con ốc sên bò được bao nhiêu phần độ dài của thân cây?
2. **(4 điểm)**

a) Tìm số dư của tổng  khi chia cho .

b) Tìm số chính phương có  chữ số biết rằng nếu cộng chữ số hàng nghìn với  và trừ chữ số hàng đơn vị đi , ta vẫn được một số chính phương.

1. **(3 điểm)** Cho các hình sau; biết rằng các hình  và 4 tương ứng với chúng là  và  các hình vuông đơn vị. Hỏi hình chữ nhật thứ  trong dãy có bao nhiêu hình vuông đơn vị?

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  | ………. |
| Hình | Hình | Hình | Hình |  |

🙢**HẾT**🙠

|  |  |
| --- | --- |
|  | **ĐÁP ÁN ĐỀ KHẢO SÁT ĐỘI TUYỂN HSG**  **TRƯỜNG THCS CẦU GIẤY**  **NĂM HỌC 2017 – 2018**  **Thời gian: 90 phút** |

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

1. **(5 điểm)** Cho 

a) Tính giá trị của .

b) Tìm  biết: .

**Lời giải**

a) 





 hay 

b) 









Vậy  hoặc 

1. **(5 điểm)**

a) Tìm số nguyên  biết  chia hết cho .

b) Cho  là hai số nguyên tố sao cho  và . Chứng minh rằng  chia hết cho .

**Lời giải**

a) Ta có 





Vì  nên 

Suy ra Ư

Ta lập bảng sau: 

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  | TM | TM | TM | TM |

Vậy thỏa mãn bài cho.

b) Ta có:

+ Do  là số nguyên tố lớn hơn  nên  không chia hết cho , vậy  có dạng .

Nếu  thì .

Mặt khác nên  không phải là số nguyên tố.

Mâu thuẫn này chứng tỏ  không thể có dạng .

+ Do đó: .

.

Hơn nữa, vì  là hai số nguyên tố lớn hơn  và  nên  là hai số chẵn liên tiếp.

Do đó trong hai số có một số chia hết cho . Không mất tính tổng quát, có thể giả sử  tức là  hay .

Suy ra và do đó .

Vì ƯCLN nên từ (1) và (2) suy ra .

1. **(3 điểm)** Một con ốc sên bò lên một thân cây thẳng đứng. Giờ thứ nhất nó bò được  độ dài thân cây, giờ thứ hai nó bò được bằng đoạn đã bò, giờ thứ ba nó bò được bằng  đoạn đã bò, giờ thứ tư nó bò được bằng đoạn đã bò, … và giờ thứ chín nó bò được bằng  đoạn đã bò. Hỏi sau  giờ con ốc sên bò được bao nhiêu phần độ dài của thân cây?

**Lời giải**

Giờ thứ nhất nó bò được  độ dài thân cây.

Giờ thứ hai ốc sên bò được  độ dài thân cây.

Giờ thứ ba ốc sên bò được  độ dài thân cây.

Giờ thứ tư ốc sên bò được  độ dài thân cây.

…

Giờ thứ chín ốc sên bò được  độ dài thân cây.

Sau  giờ con ốc sên bò được số phần độ dài thân cây là:



Vậy sau  giờ con ốc sên bò được hết thân cây.

1. **(4 điểm)**

a) Tìm số dư của tổng  khi chia cho .

b) Tìm số chính phương có  chữ số biết rằng nếu cộng chữ số hàng nghìn với  và trừ chữ số hàng đơn vị đi , ta vẫn được một số chính phương.

**Lời giải**

a)







Vì nên  chia 7 dư 2.

Vậy số dư của  khi chia cho 7 là .

b) Gọi số chính phương cần tìm là  ( là các chữ số, )

 có dạng: 

Do cộng chữ số hàng nghìn với , trừ chữ số hàng đơn vị đi  ta vẫn được số chính phương nên nếu gọi số chính phương đó là  thì ta có:



.

Do 37 là số nguyên tố nên tồn tại một thừa số chia hết cho . Xét hai trường hợp:

+ Trường hợp 1: . Do  nên từ  chỉ có:

(loại)

+ Trường hợp 2:. Do  nên từ chỉ có:

(thỏa mãn) 

Vậy số cần tìm là .

1. **(3 điểm)** Cho các hình sau; biết rằng các hình  và 4 tương ứng với chúng là  và  các hình vuông đơn vị. Hỏi hình chữ nhật thứ  trong dãy có bao nhiêu hình vuông đơn vị?

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Box and whisker chart  Description automatically generated with medium confidence | Chart, box and whisker chart  Description automatically generated | Chart, box and whisker chart  Description automatically generated | A picture containing antenna  Description automatically generated | ………. |
| Hình | Hình | Hình | Hình |  |

**Lời giải**

Gọi số ô vuông hình thứ  là 

Hình 1 có 1 ô vuông 

Hình 2 có 5 ô vuông 

Hình 3 có  ô vuông 

Hình 4 có 25 ô vuông 

….

Hình 100 có 

Ta có







…





Cộng vế với vế ta được : .

Vậy hình thứ 100 có 19801 ô vuông.